GWD関数による最新のリニア軸受などの寿命分布評価

明治大学
清水 茂夫*
＊しみず しげお：名誉教授

はじめに

GWD（General Weibull Distribution）は、1979年にボールブシュの寿命分布に適用したのが初めてで、位置母数（γ）を導入した3母数ワイブル分布である[1]。当時、母数の物理的意義を①ワイブル勾配（m：形状指数）は接触部の応力の分布状態に支配される固定値、すなわち点接触軸受$m=10/9$、線接触軸受$m=3/2$（$m=27/20$, 1999）とした。②尺度係数（η）は寸法効果を包含した定格寿命（$x_{10}-\gamma$）の従属変数になり、寿命分布のばらつきを表す。③最小寿命（γ）はばらつきの始点を表す。そして、最近（γ）は製鋼法の改善や軌道や循環路の性状や静的強さなどに敏感に反応することが判明した。

$\gamma=0$にすると、mは同じロットでも推定値が試料ごとに異なる。転がり軸受では、点接触軸受の形状指数を$m=10/9$とするが、推定値は変数m_2になる。したがって、定格寿命x_{10}は座標原点から破損確率$n=10\%$までのm_2の確率密度関数$f(x)$の積分に対応するx_{10}寿命となり、（η）もm_2のx_{63}寿命となる。GWDとはまったく異なる。

そこで、数学の基礎レベルで理解できるリニア軸受などの寿命評価式を紹介し、実例を示す。

GWD関数の寿命式

材料の構造疲れや転がり疲れなど、動的な強さのばらつきは破損に対して危険な等応力の分布状態に依存する。信頼度R_1、総数Kの微小要素が同時に破損しない確率の積は、等応力の分布全体の信頼度Rになる。すなわち、確率乗法則、式(1)に従う。両辺の自然対数lnを取ると式(2)になる。

$$R=R_1\times\ldots\ldots\times R_1=R_1^K \tag{1}$$

$$\ln\frac{1}{R}=\ln\frac{1}{R_1}+\ldots\ldots+\ln\frac{1}{R_1}=K\ln\frac{1}{R_1} \tag{2}$$

微小要素の尺度係数を（η_1）、形状指数を（m）、材料の最小強さを（γ）とすると、微小要素とアイテムの信頼度関数は式(3)、(4)で与えられる。

$$\ln\frac{1}{R_1}=\left(\frac{x_n-\gamma}{\eta_1}\right)^m\ ;\ \eta_1=(x_n-\gamma)\left(\ln\frac{1}{R_1}\right)^{-\frac{1}{m}} \tag{3}$$

$$\ln\frac{1}{R}=\left(\frac{x_n-\gamma}{\eta}\right)^m\ ;\ \eta=K^{-\frac{1}{m}}\eta_1 \tag{4}$$

式（4）はηに寸法効果$K^{-1/m}$を包含したGWD関数を表す[2),3)]。このKは、転がり疲れの場合、内外輪の寿命$x_n=L_n$に対する軌道表面下の両振り直交せん断応力$\pm\tau_0$の作用する寸法で点接触軸受$K\propto D_e$ならびに線接触軸受$K\propto D_eL_{we}$に対応する。

そこで、式（4）を転がり軸受の寿命分布$x_n=L_n$に展開する。ηと寿命特性値の関係は式(5)になる。右辺第3項、$n\fallingdotseq 63\%$、$R=1/e$に注意。

$$\eta=(L_{10}-\gamma)\left(\ln\frac{1}{0.9}\right)^{-\frac{1}{m}}=(L_{50}-\gamma)\left(\ln\frac{1}{0.5}\right)^{-\frac{1}{m}}$$
$$=L_{63}-\gamma \tag{5}$$

今、寿命分布特性値のL_{10}とL_{50}を既知とする。その結果、GWD関数の未知数はγのみになり、式(5)を解くと、次の(6)を得る。

$$\gamma=\frac{L_{10}-a_{1,\,0.5}\times L_{50}}{1-a_{1,\,0.5}},\ a_{1,\,0.5}=\left(\frac{\ln 0.5}{\ln 0.9}\right)^{-\frac{1}{m}} \tag{6}$$

点接触軸受：$m=10/9$：$a_{1,\,0.5}=0.1835$　(6)a

線接触軸受：$m=27/20$：$a_{1,\,0.5}=0.2477$　(6)b

式(6)bの$m=27/20$はリニア軸受DB型からの評価（$m=(9/8+3/2)/2\approx 27/20$）である[4)]。最近、DF形のリニアローラガイドが開発された。ボールガイドも同様であるが、組立時の調芯性や軌道の加工性やキャリッジの高剛性化など、いろいろ