

第 1 章 構造設計を支える力学理論

1.1 「材料力学」の位置付け

質点・質点系・剛体の運動を扱う「一般力学」に対して、連続体としての固体（物体）内の内力と変形を扱う「固体力学」あるいは「連続体の力学」がある。取り扱う対象物体の力学的性質によって「弾性学」・「塑性学」・「粘弾性学」・「クリープ力学」などに分けられる。

「弾性学」は、連続体としての弾性体に外力が働いた場合に弾性体内に発生する内力と変形を解析する。弾性学の手法は、フックの法則（Hooke's Law）に基づく、数理物理学的手法であり、「材料力学」に理論的基礎を与えている。「材料力学」は、フックの法則以外に必要な応じて、問題をより単純化・単純化するための仮説や様々なパラメーターを用いて内力や変形をコントロールすることも対象となる。弾性学と材料力学の間に明確な境界はないが、材料力学は、弾性学より工学的な手法であり、取り扱う問題の範囲が広いと言えよう。したがって、機械工学・建築工学・土木工学などの分野において、構造設計を行う際の基礎理論の重要な一部を担っている。

材料力学と近い関係にある「構造力学」は、建築物・橋梁・船舶・航空機などの構造物に外力が作用するとき、複数部材から成る構造物の各部に生ずる内力と変形を解析する力学である。単一部材を基本として成り立っている材料力学とは一応区別されているが、重複する部分も多い。

構造力学で取り扱う構造物は、主として構造要素としての梁・柱・ラーメン（剛接合構造）・トラス（ピン接合構造）・アーチなどの骨組構造であり、したがって構造力学は建築工学・土木工学の基礎学科である。

ただし、平板や曲面板で構成される構造物や地盤のような3次元的に連続した物は、通常弾性学の対象とされる。また「材料力学」は動作環境・形状など、より複雑な機械構成物全てを研究対象とする点で、構造力学より扱う対象が広い。

弾性学・材料力学・構造力学などはいずれも、材料に掛かる力（外力）と変形量が線形関係にあるというフックの法則（Hooke's Law）を前提としている。そして、フックの法則（Hooke's Law）が成り立つ領域を弾性域と言い、外力が取り除かれれば、元の状態・形状を復元するものとしている。

しかし大部分の材料は、外力によって生ずる内力が一定限度を超えると、外力が除去された後も変形が復元せず、恒久的に残る。このような性質を塑性と言い、そのような現象が生ずる力の領域を塑性域と言う。塑性域における材料の力学的挙動を扱うのが「塑性学」・「塑性力学」である。そして弾性域と塑性域を画する「降伏条件」も研究されている。またコンクリート材料のように、厳密な意味での弾性域が存在せず、外力と変形量が線形関係にならない材料もある。

弾性学・材料力学では、材料・部材内および表面に生ずる内力と変形量を扱う。材料・部材内の微小な面（無限小面）を考え、その面に垂直に働く、単位面積当たりの力を「垂直応力」または「垂直応力度」、面に平行に働き、面をずらそうとする単位面積当たりの力を「せん断応力」または「せん断応力度」と呼ぶ。機械工学では「応力」が一般的であるが、建築工学では「応力度」が一般的である。「せん断応力」の漢字表現は「剪断応力」である。同様に、面に垂直方向の単位長さ当たりの変形量を「垂直ひずみ（歪）」、面に平行方向のずれを「せん断ひずみ（歪）」という。なお「せん断ひずみ（歪）」の定義は本文を参照されたい。

弾性域での材料・部材の力学的挙動を扱う問題に対して「弾性問題」という表現が使われる。弾性問題の支配方程式は、

- ① 力の釣り合い式
- ② ひずみ-変位関係式
- ③ 応力-ひずみ関係式

であり、これを与えられた境界条件の下で解くことで解を得る。

1.2 構造物の破壊または降伏条件について

材料力学の理論に基づいて求めた解（応力とひずみ）がどのような条件を満たしたとき、構造物が破壊または許容値以上の変形をするかが問題になる。破壊または降伏条件について概念を説明しておこう。

破壊にはいろいろな形態がある、通常の少数回の外力による破壊は、応力（度）が一定値（降伏点）以上または組合せ応力（度）の場合は降伏条件式を満たす場合に降伏が始まり、荷重の増加とともに変形が増大し、ついに破壊に至る。このような破壊を「延性破壊」と言い、破壊前に大きな変形が見られる。

一方、振動のような繰り返し荷重が一定の応力（度）（降伏点より低い値）以上になると、部材に微細な亀裂が発生し進展することにより、ほとんど塑性変形せずに破壊が起きる。これを「疲労破壊」という。疲労破壊は、破断面には「貝殻模様」と呼ばれる独特の様子が現れる。

さらに、「延性破壊」に対して「脆性破壊」という現象がある。ガラス・陶磁器などや金属材料で起こり、例えば切欠きのある鋼製厚板が低温環境下で突然破壊する現象であり、塑性変形せずに破壊する。

このように、破壊形態によっていろいろな破壊または降伏条件が研究されている。特に疲労破壊を起こす疲労強度は重要で、多くの研究成果がある。一般に材料のいろいろな強度の研究や破壊条件の研究は、材料力学とは別に、材料学・破壊力学として、ミクロな視点から深く研究されている。

本書では、2.6節の材料試験と材料の機械的性質、2.7節の安全率と許容応力、4章の古典的な降伏条件式などで、材料強度と降伏条件式およびマクロな視点から古典的な降伏条件式と学協会の基準について触れる。

一般に材料に荷重が掛かると、弾性変形→塑性変形（降伏）→破壊という順序で崩壊が進行する。弾性変形域が極めて少ない材料、塑性変形域が極めて少ない材料など、いろいろある。塑性変形を積極的に利用した金属加工法として、鍛造・プレス・転造・押し出し・引抜きなどがあり、工業的には極めて重要な領

域である。

1.3 構造設計の考え方

強度について考えると、単一部材の限界抵抗力（例えば、引張・圧縮強度やせん断強度）は資料も多く、推定しやすい。しかし複数の部材から成る不静定次数の高い構造物・構造全体系の限界抵抗力（破壊荷重）を推定することは難しい。

それは、通常構造全体系の内の一部の部材が破壊しても全体系は破壊・崩壊しないからである。しかし安全性という視点から、全体系を構成する個々の部材に着目して、全部材が個々に下式を満足するように設計がなされる。ただし、下式の許容応力度は、どのような破壊・破損形態を想定するかによって変わってくる。疲労強度・降伏点応力度・抗張力などである。

許容応力度 \geq 外力により発生する応力度

剛性とは、外力に対する構造物・構造全体系の変形しにくさである。外力による各部位の変形量が、使用上許容範囲内にあることを確認する。全部材の各部位の変形量が下式を満足するように設計がなされる。

各部材・部位の許容変形量 \geq 外力による変形量

設計段階での、構造物に外力が働いたとき発生する応力度・変形量の推測は、材料力学・構造力学・弾性学などの力学理論を使って計算するが、解析的な解が求まるものばかりではない。有限要素法による数値解析や理論計算の限界を補う手段として、実物または模型で、ひずみゲージやマイクロメータなどを使って、実験によって上式が成立していることの確認も行われる。

構造設計では、理論計算の結果・実験結果・過去の資料・経験など多くの知見を総動員することによって優れた成果が得られる。

1.4 材料力学の近年の話題

ASME (American Society of Mechanical Engineers) の圧力容器規格 (Boiler & Pressure Vessel Code) における Design Concept を参考にして、構造設計技術の現況を眺めると、

- (a) “Design by Rule” では、材料力学が設計規準公式の理論的裏付けを担っており、
- (b) “Design by Analysis” では、有限要素法 (FEM: Finite Element Method) が今や CAE (Computer Aided Engineering) の主要な解析手段になっている。

材料力学は、弾性学や構造力学など関係の深い分野の発展に触発されて、発展してきたものであり、歴史的に見れば、産業技術からの要請と学問の進歩と共に、紆余曲折を経て、次第に工学の一分野として体系付けられて行ったものと考えられる。他方、有限要素法は弾性学のエネルギー法による変形解析を源流にして、複雑な解析対象を離散化要素に分割することで、モデル化を容易にし、得られた多元連立方程式をコンピュータで解く方法である。

ASME の規格にも見られるように、近年、材料力学と有限要素法は相互補完の関係になりつつある。有限要素法は離散点間の変位補間の仕方および要素分割の粗密によって応力分布が異なるという解析上の技術問題を内包しており、適切な応力解を得るには、材料力学・弾性学・構造力学の豊富な知識と応用経験が必要とされる。

