

# 4章 応力集中

ここで破壊力学の応用に進む前に少し離れ、発生応力の定性的傾向の把握の仕方や、応力集中係数について振り返っておく。

## 力の流線と応力集中発生の関係 ～応力集中の発生原因と特異点～

部品の内部が空洞で、その中を水が流れている水路だと考えてみよう。水が流れるとともに水の分子は移動していくが、1つの分子が移動して描く経路の曲線を流線と呼んでいる。

1本の流線について見ると、その流線が曲がると流速が上がり、曲がり具合が増せば、言い換えると流線の曲率が増せば、流速はさらに上がる。複数の流線について見ると、それらが密集すると流速が上がり、まばらになると流速は下がる。流速がより高くなるという現象が発生するのは、次の2つの場合に対応している。

- ・流線の曲率が高くなるとき
- ・流線が密集するとき

部品の内部を力が伝わっていくときの様子については、力の流れが目に見えるわけではないが、水の流れと同じように考えれば、力の流線というものイメージとして思い浮かべることができる。このとき、水の流速が高くなることに対応して、力の流速も同様に高くなる。力の流速というと、これに対応して発生する実現象が思い浮かべにくいのだが、実は応力の高さに対応している。そこで次のように言い換えると、実務上非常に重要になってくる。

- ・力の流線が平行なところは、流れの方向に向かって応力は変化しない(同心円状のような流れの場合も平行に含む)
- ・力の流線が曲がるところ(曲率が高くなるとこ

ろ)では、応力が高くなる

- ・力の流線が密集するところでは、応力が高くなる

これらのことは応力集中の発生原因と対応していて、このあとに出てくる応力集中についての説明の中で関連して出てくるので、覚えておくとよい。また、流線の考え方や流線のイメージは、設計の際に形状変更を行うとき、その変更によって応力が変更前以上に高くなるのか、あるいはより低くなるのかを知るのにも役立つ。

## 力の流線をどのようにしてイメージするか

### 1. 流線とは？

水路内を水が静かに一方向に流れる層流状態をイメージし、次にそれを力の流れに置き換えて考えてみよう。

このとき、水路が図 11(a)のようなまっすぐな長形状の水路なら、水の分子は直線平行に流れ、結果として流線は平行であるので、力の流れも同様であれば、流れに沿って応力の変化はない。

しかし同図(b)のように、流れる方向に向かって狭まる水路なら、水の分子は直線状に流れるもののその速度は次第に速くなる。これが力の流れであるならば、流線が密集する方向に向かうので、応力は高くなって応力集中が発生する。

もし水路がまっすぐでなく、同図(c)のようにU字形をしていれば、水の分子は水路形状の曲がったところで流路も曲がり、その速度は内周側では速く、外周側では遅くなる。これが力の流れであるならば、内周側ほど応力が高くなって応力集中が発生する。

もう1つの例として図 12(a)は長方形板の集中

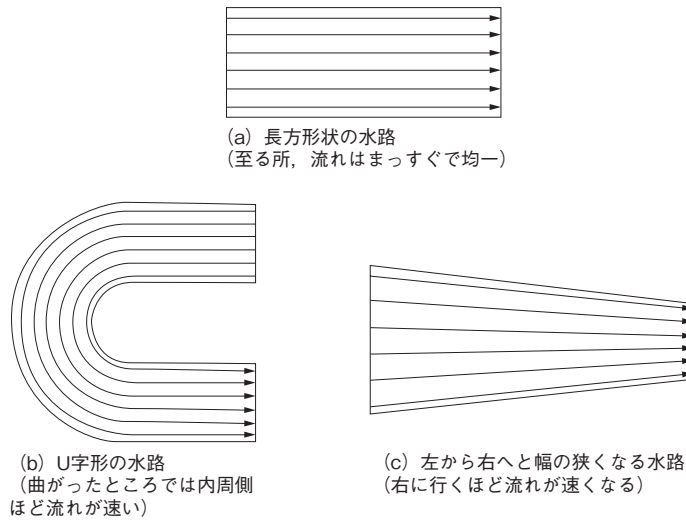


図11 単純な形状の水路と流れのイメージ

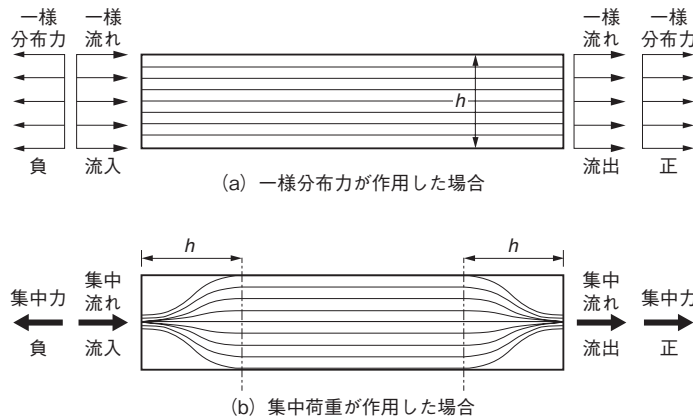


図12 長方形板の引張りの問題に対応する流線

荷重による引張りの例題である。これに対応する水路と流線のイメージは図12(b)のようになる。力の流れの出入りは、力のマイナス側から流入し、プラス側から流出すると考える。これから応力が高くなるか低くなるかを知る方法は次の通りである。

- ①流線が平行なところは、流れの方向に向かって応力は変化しない
- ②流線が曲がる位置では、その前後よりも応力は高くなる
- ③流線が密となる位置では、応力は高くなる（このことは、応力の定義式で分母の断面弧が小さくなることと同じ意味である。逆に流線が疎と

なる位置では、応力は低くなる)

## 2. 流線の考え方の理論的背景

なぜこのようなことが言えるのか。それは2次元の世界で、流体の分野での非圧縮性粘性流体の流れと、材料力学の弾性体の発生応力の状態を微分方程式で書き表してみると、両者が同じ形に書けるからである。非圧縮性粘性流体と言うと難しく聞こえるが、水だと思えばよい。この流れを表す関数は流れの関数、応力の状態を表す関数は応力関数（正確にはエアリーの応力関数）と呼ばれている。

### 3. 2次元応力状態と水の流れの類似

応力関数と流れの関数が表す量には対応関係があるので、それらをまとめて図13に示す。同図と前ページ①～③の傾向とを対比して見てみよう。まず合力と流速が対応すること、また流速は流線の微分であってこれが流線の密度に対応することから③の結論が導かれる。流れの世界には応力に対応するような量は存在しないが、切欠表面の主応力の増減が力の流線の曲率の増減と対応するので、②の現象はこのことから結論できる。

### 4. 力の流線の“可視化”

力の流線をイメージするようにと言われても、そんなものは見たこともないという人にとっては無理難題に近いことである。せめて慣れるまではその力の流線を見る方法はないのだろうか？

もし、読者の所属部門でCAE解析プログラムが使えるならば、それを見ることが出来る。どう

すればよいのかといえば、ごく普通に応力解析を行い、計算結果として主応力をベクトル表示(矢印表示)すればよいのである。

図14は、図12の問題を解いて、主応力を矢印表示したものである。矢印の密度や間隔はメッシュ分割の影響を受けているのであまり注目してはいけませんが、矢印の向きと大きさは重要であって、引張りまたは圧縮が働いている方向と応力の大きさを示している。矢印の方向をたどっていくと、それが流線の軌跡となる。流線のイメージに慣れないうちは、CAE解析のたびに主応力をベクトル表示して見てみるとよい。

力の流線をイメージできると、ややこしい話を抜きにして、流線が曲がるか密集すれば応力は高くなる、という原則だけ理解していれば、設計変更に伴う応力の増減などが推測できるようになる。また、本記事のターゲットであるクラックのないところにクラックを想定する場合にも、力の流線

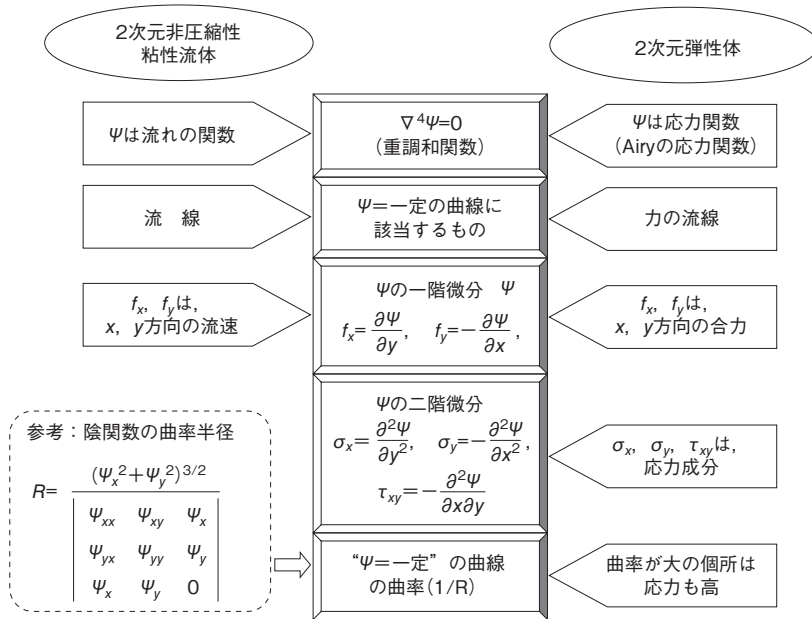


図13 2次元非圧縮性粘性流体と2次元弾性体の対応関係

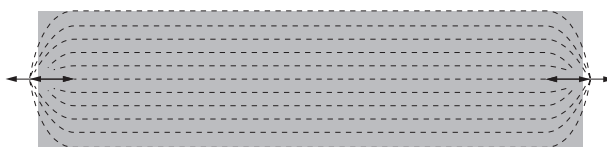


図14 図12の問題の主応力のベクトル表示(矢印表示)結果