

## 1-1 振動の何が悪いのか

「世に盗人のタネは尽きまじ」とは石川五右衛門の名セリフだが、まさに「世に振動のタネはつきまじ」である。世の中のありとあらゆる機械に、エコ、低コスト、超軽量、超高速... と厳しい要求が突きつけられる中、軽量化すればどうしても機械剛性が犠牲になり、振動が問題になってくる。高速化すればどうしても駆動加速度が増加し、振動が問題になってくる。低コスト化の要求によって、軽くて強い好都合な材料は使いにくい。エコ化によってパワーは制約され、アクチュエータは機械に振り回される。おそらく「振動」で苦勞をされている技術者の方はゴマンといらっしやるに違いない。言うまでもなく、筆者もその一人である。

「振動で位置決め精度が良くない」、「振動で切削痕が汚い、軌跡が乱れる」、「振動で位置決め時間がかかって機械のスループットが上がらない」、「振動で音がうるさい」、「振動で○×□...!」。最近話題の3Dプリンタで言えば、樹脂の積層が乱れて表面性状が劣化するのも悪さのひとつだろう。某社の3Dプリンタは何百万円もするものであるが、使ってみるとどうにも斜め線がよれて積層が汚い。これも振動の問題点である。

頻繁に用いられるステッピングモータによる位置決めシステムの最大のメリットは、低価格であること、構成が簡単になることに尽きる。デメリットはパワーが小さい、脱調を起こして位置決めができなくなるなどであるが、外乱の少ない環境下で軽負荷のものを移動させる分には十分であるため、現在でも小型モータのうち1/8程度がステッピングモータで占められていると言う<sup>[1]</sup>。脱調を引き起こすひとつの要因が機械の共振、すなわち振動である。もちろん摩擦抵抗が大きいこと、モータ軸換算のイナーシャが大きいことも大きな要因であることは言うまでも無いが、これらは最初から設計者の考慮に入っており、比較的初期の段階でトルク不足を予見・修正しやすい。しかしながら、振動によってモータが押し

引きされて発生する脱調は、試作機を実際に動かして現象が露見するまで見落としがちな点である。

本書の狙いは、低コストでセンサを使用しないフィードフォワードによる振動抑制の方法を提案し、実際に現場の技術者に振動抑制のキラーコンテンツとして適用してもらうことである。世の多くの振動制御の書籍はフィードバック制御理論に立脚しているが、これはシステム構築に手間暇がかかり、センサを用いるため高コストである。また、フィードバックには暴走の危険が付きまとうが、本書で提案する方法にはそのような懸念はない。

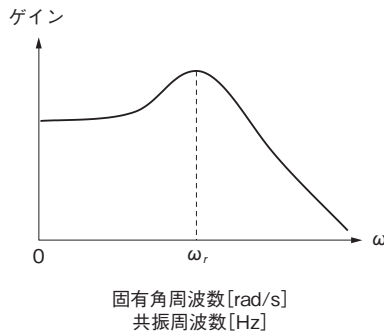
もう一つの狙いは、何とかやっつけ仕事で振動問題の急場をしのいだ技術者の「あの方法でどうしてうまくいったのかなあ?」、「この方法でうまく行くはずなのに、なぜダメだったのだろうか?」という疑問に「ああ、あれはこういう事だったんだ」、「なるほど、そういうこともあるのか」と、合点のいく解説を行うことである。筆者が駆け出しの技術者のころから疑問を抱き続け、目からウロコがとれるまで十年以上かかった事例も取り上げている。

今後の業務の一助となれば幸いである。

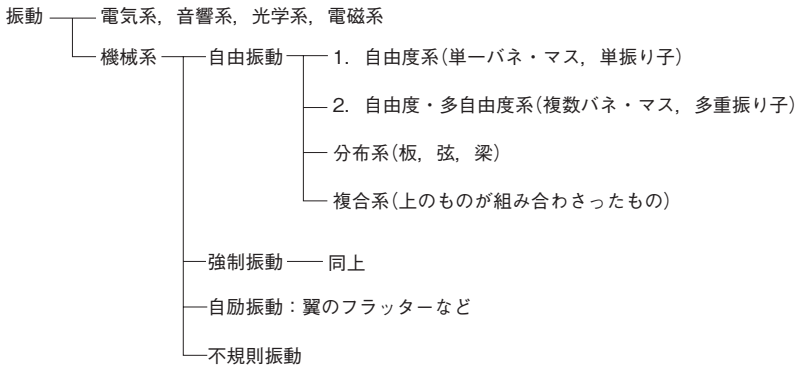
## 1-2 振動と振動制御の分類

そもそも、振動とはなんだろうか。振動工学ハンドブック<sup>[2]</sup>によると、「ある座標系に関する量の大きさが、その平均値または基準値よりも大きい状態と小さい状態とを交互に繰り返す変化」とある。どのように繰り返すかという、高校で習ったように、ポテンシャルエネルギーと運動エネルギーがその形態を互いに継続して変換し合う。多くの機械振動では、弾性体の歪みというポテンシャルエネルギーと、物体の速度という運動エネルギーが交互に変化し合いながら、位置座標の大小を変える。電気系の振動、すなわち発振というものも同じで、電位というポテンシャルエネルギーと、電流という電子の運動エネルギーが交互に変化しながら発振を継続する。

エネルギーの変換には、変換しやすい周期がある。あまり早くにも変化しにくいし、あまり遅くも変化しにくい。最も変化しやすい周期が固有周期（単位 s）や共振周波数（単位 Hz）、固有角周波数（単位 rad/s）と呼ばれ、**図 1-1**の周波数特性を描いた時のピークとなって表れる。1-3 節の「振動発生メカニズムに基づく共振周波数の導出」では、この原理に基づいて共振周波数を計算しているので楽しみに。



■ 図 1-1 ■ 典型的な振動系の周波数特性



■ 図 1-2 ■ 様々な振動の分類

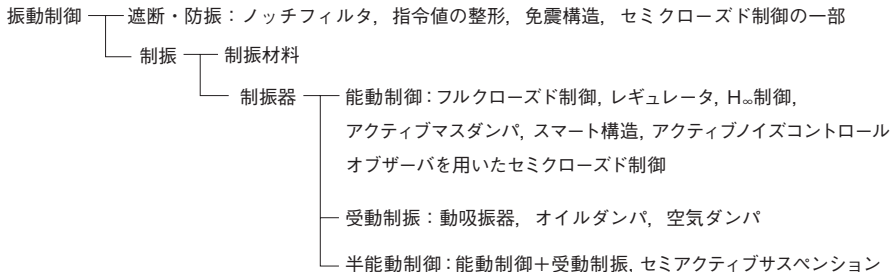
さて、一口に振動というが、様々な種類のものがある。図 1-2 にその一覧を示す<sup>[2]</sup>。自由振動とは、外部からのエネルギーの投入が無い状態での振動、強制振動とは外部から周期的なエネルギーが投入され、発達した振動を引き起こす現象である。自励振動は外部からの定常的なエネルギーが振動エネルギーに変換される振動を言う。本書では、このうち自由振動を抑制することを目的としている。この場合の自由振動は、加速や外力などによって一時的に発生した振動がその原因が失われたあとも持続的に生じている、言わば残留振動である。

なお、ステッピングモータを使用した場合、ある特定の回転速度でモータと機構が共振して大きなビビリ音を発生する場合がある。これは強制振動とも言えるし、定常的な回転エネルギーを特定の振動に変換するという意味で自励振動とも捉えられる。いずれにしても本書では対象外とする。

次に、振動制御を分類してみよう。「振動制御」とは先の定義に基いて、「ある座標系の状態の大小の変化を平衡状態に整定させる行為」、もしくは「平衡状態を維持するよう、外部からのエネルギーを阻止、または抑制する行為」、と定義し、前者を制振、後者を遮断・防振と区別して呼ぶことにする。日常ではこれらの言葉は混在して用いられているが、

一口に振動制御といっても様々な方式がある。図 1-3 にその一覧<sup>[3]</sup>を示す（[3]を著者によりアレンジしてある）。先に述べた様に、まず遮断・防振（以下、防

## 第1章 振動のメカニズムを知ろう



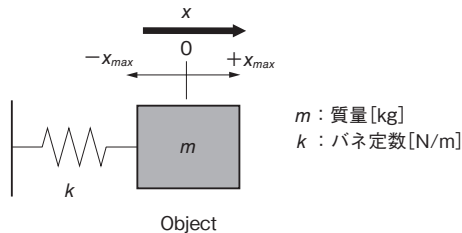
■ 図 1-3 ■ 様々な振動制御の分類

振と呼ぶ)と制振に分けられる。防振では、振動エネルギーをろ過して遮断するためのノッチフィルタや、運動の指令から振動エネルギーを取り除く方法(本書で詳述)などを含む。一方、機械系の多くの制振では、機械エネルギー(ポテンシャルエネルギーや運動エネルギー)を熱エネルギーに消散させて平衡状態に移行させるが、その方法も材料によるものと、何らかの制振器(装置)を用いるものに分けられる。

その制振器は、さらに、能動制御、受動制振と、その組み合わせの半能動制御に分けられる。能動制御とは、知的制御を用いて積極的に制振するもので、サーボシステムはもちろん、ある一定の位置に機構を制御するレギュレータや、地震の際の建物の制振に用いられるアクティブマスダンパ等がある。受動制振とは、動吸振器などのメカニカルな機構のみで制振するものであり、半能動制御とは能動制御と受動制振の組み合わせによるもので、自動車のセミアクティブサスペンションなどがある。いずれの制振器を用いるにしろ、ハードウェアを使用するために、本書で提案するフィードフォワード制御による防振よりもコストが上昇することになる。

# 1-3 振動発生メカニズムに基づく共振周波数の導出

前節で「多くの機械振動では、弾性体の歪みというポテンシャルエネルギーと、物体の速度という運動エネルギーが交互に変化し合いながら、位置座標の大小を変える」ことが振動発生メカニズムであると述べたが、この原理を用いてバネ・マスシステムの共振周波数を具体的に求めてみよう。図1-4は、固定端に接続された伸縮可能なバネ定数  $k$  [N/m] のバネ先端に質量  $m$  [kg] の質点を取り付けられており、この質点が  $x$  軸の直線上を振動する状況を示している。理解を深めるため、1. 教科書で一般に使用される微分方程式を解く方法と、2. エネルギー変換の原理を用いる方法との双方で求めてみる。



■ 図1-4 ■ 振動系のモデル

## (1) 教科書で一般に使用される方法<sup>[4,5]</sup>

まず、運動方程式  $m\ddot{x} = -kx$  を立て、この微分方程式の解から共振角周波数  $\omega_n = \sqrt{k/m}$  [rad/s] を得る。あるいは、 $x = a \sin \omega_n t$  の解を先に仮定し、運動方程式に代入することによって  $-m a \omega_n^2 \sin \omega_n t = -k a \sin \omega_n t$  を得、 $\omega_n$  について解いて  $\omega_n = \sqrt{k/m}$  を導く。なお、共振周波数  $f$  [Hz] は  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k/m}$  である。