

I. 基礎の数学

1. 最小公倍数は通分に使う？

基礎知識

最小公倍数を説明するには、次の2つの基礎知識が不可欠になります。

1. 倍数と約数

2つの整数があって、 a が b で割り切れるとき

$$a = b \times \text{整数}$$

のとき、 a は b の倍数、 b は a の約数といいます。

例えば、 $18 = 6 \times 3$

であるから18は6の倍数、6は18の約数になります。

2. 公倍数と最小公倍数

3の倍数と4の倍数に共通な数を、3と4の公倍数といいます。公倍数の中で、一番小さい公倍数を最小公倍数といいます。

【例題1】 3, 4の最小公倍数を求めよ。

〔解〕 3, 4の倍数を並べて共通な数は？（ゴシック体の数です）

3の倍数……3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, **24**, 27, 30, 33, **36**, ……

4の倍数……4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, 40, 44, ……

3と4の公倍数は、12, 24, 36, ……

したがって、この中の一番小さい12が最小公倍数となります。



指南

1. 最小公倍数

2つ以上の整数の中で共通な倍数を公倍数といい、公倍数の中で最小なものを最小公倍数といいます。

例えば、[12, 18, 24] の公倍数は各々を2, 3, 4, …倍してみると、

12の倍数は24, 36, 48, 60, **72**, 84, …, **144**, ……

18の倍数は36, 54, **72**, 90, 108, 126, **144**, ……

24の倍数は48, **72**, 96, 120, **144**, 168, ……

となつて、[12, 18, 24] の公倍数は72, 144, ……と無限に出てきますが、その中で最も小さい72が最小公倍数です。

2つ以上の数に共通な因数*で割っていく

$$\begin{array}{r}
 \downarrow \\
 2 \) \ 12 \ 18 \ 24 \\
 \hline
 3 \) \ 6 \ 9 \ 12 \\
 \hline
 2 \) \ 2 \ 3 \ 4 \\
 \hline
 \quad 1 \ 3 \ 2
 \end{array}$$

← 割り切れない数はそのまま下におろす

$$\text{最小公倍数} = 2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 72$$

図1 最小公倍数の求め方

* 因数 整数がいくつかの整数の積で表されるとき、その1つ1つの数をもとの整数の因数という。15=5×3であるから、5, 3は15の因数である。

2. 通分

いくつかの分数を、それぞれの大きさを変えないで、共通な分母の分数にすることを通分するといいます。

通分するときは、いくつかの分数の分母の最小公倍数を求めます。

例えば、 $\frac{5}{6} + \frac{7}{8}$ の分母のたし算は、6, 8の最小公倍数が24だから、

$$\frac{5}{6} + \frac{7}{8} = \frac{20}{24} + \frac{21}{24} = \frac{41}{24}$$

このように分母の違うたし算や引き算は、通分して同じ分母に直して計算します。

なぜ必要か!

最小公倍数は、分数や分数式の和や差を計算するとき、通分といって最小公倍数を共通な分母にするのに使うことがわかりました。



並列接続の合成抵抗と直列接続の合成静電容量

電気の計算に欠かせない分数の計算を通じて最小公倍数を求めます。まず図2の抵抗の並列接続の合成抵抗を計算します。

並列接続は各抵抗の逆数の和の逆数だから、

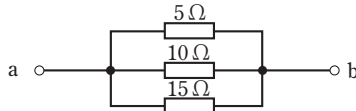


図2 抵抗の並列接続

$$R_{ab} = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15}}$$

ここで分数の分母 (5, 10, 15) の最小公倍数は、図1と同様に求めると30だから、

$$\begin{aligned} R_{ab} &= \frac{1}{\frac{6}{30} + \frac{3}{30} + \frac{2}{30}} = \frac{1}{\frac{11}{30}} = \frac{30}{11} \\ &= \frac{30}{11} \Omega \end{aligned}$$

と求めることができます。

次に図3のコンデンサの直列接続の合成静電容量を計算します。

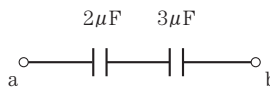


図3 コンデンサの直列接続

直列接続は、抵抗の並列接続と同様に、各静電容量の逆数の和の逆数だから、

$$C_{ab} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}} = \frac{1}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5} \mu\text{F} = 1.2 \mu\text{F}$$

と求めることができます。ここでも分数の分母 (2, 3) の最小公倍数 6 を共通な分数の分母として通分しています。

以上のように合成抵抗及び合成静電容量の計算では、通分が必要なため、最小公倍数を求めなければならないことが理解できました。

練習問題 1 [その 1] 次の各組の数、整式の最小公倍数を求めよ。

(1) 28, 70, 126

(2) $x(x+2)^2$, $x^2(x+2)(x-1)$

[その 2] 次の計算をせよ。

(1) $\frac{2}{7} + \frac{1}{4}$ (2) $\frac{5}{3} - \frac{3}{4}$ (3) $\frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}}$

キーポイント

分数のかけ算とわり算

① 分数に分数をかける計算は、

$\frac{3}{5} \cdots$ 分子
 $\frac{3}{5} \cdots$ 分母

分母どうし、分子どうしをかけて計算する。

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{3 \times 3}{5 \times 8} = \frac{9}{40}$$

② 分数を分数でわる計算は、わる数の分子と分母を入れかえてかけ算にする。

$$\frac{3}{5} \div \frac{7}{4} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$$

③ 分数の $\frac{3}{5}$ は、 $3 \div 5$ のことだから、②は、

$$\frac{3}{5} \div \frac{7}{4} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{4}}$$

という意味です。

2. 文字を使って、数量関係を式に？

【例題 2】 次の数量を表す式を書け。

1 個 a グラムのみかん 7 ケと、1 個 b グラムのりんご 3 ケがある。これらの合計の 10 ケのくだものの平均の重さを式で表せ。

〔解〕 1 個 a グラムのみかん 7 ケの重さは、 $a \times 7 = 7a$ グラム
 1 個 b グラムのりんご 3 ケの重さは、 $b \times 3 = 3b$ グラム
 くだもの 10 ケ全体の重さは、 $7a + 3b$ グラム
 したがって、平均の重さは、

$$(7a + 3b) \div 10 = \frac{7a + 3b}{10} \quad \text{グラム}$$



指 南

この「例題」のように、ある事柄について数量の関係を調べるのに文字を使って式で表すと、わかりやすくなります。

この文字を使った式を書くときの約束は、次のとおりです。

●文字を使った式

1. かけ算の記号 \times は、

$1 \times a$ は、 \times を省くと $1a$ になるが、 $1 \times a = a$ だから $1a$ とは書かないで a と書く。同様に $(-1) \times a$ は、 $-a$ と書く。

2. 文字と数の積は、数を文字の前に書く。

$$a \times 4 = 4a$$

3. 同じ文字の積は、しすう指数を使って書く。

$$a \times a = a^2$$

4. わり算の記号 \div は使わないで、分数の形で書く。

$$a \div 5 = \frac{a}{5}$$