第1章

材 料 力 学

技術士第二次試験では、材料力学の選択科目の内容は、構造解析・設計、破壊力学、機械材料、その他の材料力学に関する事項となっています。

第一次試験では、材料力学の基礎となる問題が出題されていますが、過去に出題された問題の内容を分析すると、荷重と応力、応力とひずみ、材料の強さと許容応力、はりの曲げ、軸のねじり、柱の座屈、組合せ応力およびその他に分類することができます。

以下にこれらの技術項目ごとに、材料力学の基礎的知識として習得すべきものを記載します。

1. 荷 重 と 応 力

(1) 引張りと圧縮

図1. 1に示すように棒状の材料が、長さに沿って伸びる方向に作用する力Ptを**引張荷重**といいます。これに対して、棒状の材料が縮む方向に作用する力Pcを**圧縮荷重**といいます。これらを総称して**軸荷重**といいます。

これらの荷重が外力として棒材料に作用すると、外力と釣り合うように内部にも力が発生します。このように、棒材料の任意の断面に発生する単位面積あたりの内力をそれぞれ**引張応力**、

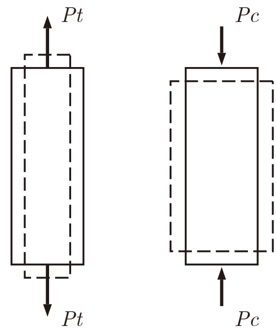

図1. 1　軸荷重

圧縮応力といいます。これらを総称して垂直応力といいます。

ここで、棒材料の初期の断面積をAとすれば、引張応力σ_t、圧縮応力σ_cは次式で表されます。

$$\sigma_t = \frac{Pt}{A} = \frac{\text{引張荷重}}{\text{断面積}}, \quad \sigma_c = \frac{Pc}{A} = \frac{\text{圧縮荷重}}{\text{断面積}}$$

(2) せん断

図1．2（a）に示すようにある断面に沿って上下から荷重を受ける場合がありますが、このような荷重をせん断荷重といいます。例えば、図1．2（b）のように金属板同士をリベットやボルトで接合する場合がありますが、板に図のような力を加えたときに接合部分のリベットやボルトには横方向の荷重が作用します。これがせん断荷重です。

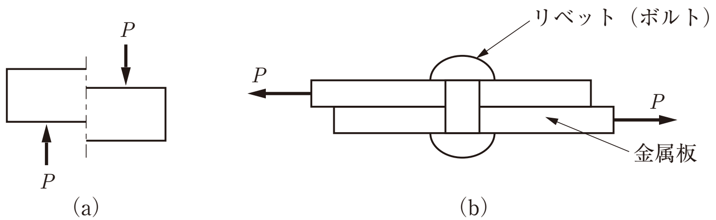

図1．2　せん断荷重

せん断応力τは、せん断荷重によってせん断面に平行に生じる単位面積あたりの荷重で次式となります。

$$\tau = \frac{P}{A} = \frac{\text{せん断荷重}}{\text{断面積}}$$

(3) 傾斜断面の応力

組合せ応力については第7節で詳細を述べますが、ここでは、上記の（1）および（2）で示した応力が断面に対して垂直あるいは平行な方向に荷重が作用した場合であったのに対して、軸方向と任意の方向に傾斜した断面に発生する応力を考えます。

図1．3に示す荷重は、前述の図1．1の場合と同じ荷重が作用した場合ですが、棒材料の任意の断面が軸に対して傾斜した断面を表しています。

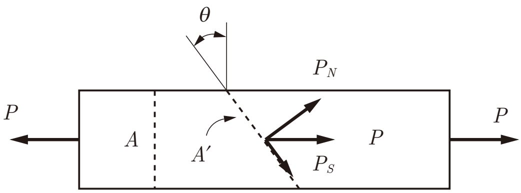

図1. 3　傾斜断面の応力

ここで、応力を考える面を断面Aからθだけ傾いた断面A'上として、この面での垂直力をP_Nおよびせん断力をP_Sとすれば次式で表されます。

$$A' = \frac{A}{\cos\theta}$$

$$P_N = P\cos\theta$$

$$P_S = P\sin\theta$$

よって、任意の断面A'上に作用する垂直応力σ'およびせん断応力τ'は次式で表されます。

$$\sigma' = \frac{P_N}{A'} = \frac{P\cos^2\theta}{A} = \sigma\cos^2\theta$$

$$\tau' = \frac{P_S}{A'} = \frac{P\sin\theta\cos\theta}{A} = \sigma\sin\theta\cos\theta = \frac{\sigma\sin 2\theta}{2}$$

このように、傾斜した断面の応力の大きさは、どの面上で考えるかによってその値が異なり、考える断面の傾斜角θの関数となります。この式のσは引張荷重Pを断面積Aで割ったものですから、単純引張応力を表します。また、この式から、垂直応力が最大となるのは、$\theta = 0°$のときでその値はσと同じ値になります。せん断応力が最大となるのは、$\theta = 45°$のときで垂直応力（単純引張応力）の1／2、すなわち引張応力の半分になります。

2. 応力とひずみ

（1）応力とひずみの定義

材料の構造上の安全性を評価する場合には、単位面積あたりに作用する荷重の大きさを考慮する必要があります。この単位面積あたりの荷重が応力で、上記の第1節で述べたとおり応力は荷重を面積で割ったものです。

単位は、国際単位系のSI単位で表すと［N/m^2］となり、パスカル［Pa］を用います。なお、通例として［N/mm^2］が用いられる場合もあります。

第1節で説明したとおり、応力には**垂直応力**と**せん断応力**があります。

物体に外力が作用すると、その内部に応力が生じてごく微小ですが形状や大きさが変化します。このときの変形量の割合を**ひずみ**といいます。

初期の長さがL_0の丸棒に引張荷重Pが作用した後で、その長さがL_1となった場合のひずみεは、次式で表されます。

$$\varepsilon = \frac{L_1 - L_0}{L_0} = \frac{\lambda}{L_0}$$　　ここで、λは丸棒の伸びを表します

このように引張荷重が作用した場合のひずみを**引張ひずみ**といい、逆に圧縮荷重が作用した場合を**圧縮ひずみ**といいます。引張ひずみと圧縮ひずみを総称して**縦ひずみ**といいます。

また、軸方向の荷重が作用したときには、丸棒の直径はD_0からD_1に変化します。このように荷重が作用する方向に縦ひずみを生じると同時に、それと直角の方向にも**横ひずみ**ε'が生じていて、その値は次式で表されます。

$$\varepsilon' = \frac{D_1 - D_0}{D_0} = -\frac{\Delta D}{D_0}$$

縦ひずみεと横ひずみε'の比を**ポアソン比**νといい、次式で表されます。

$$\nu = -\frac{横ひずみ}{縦ひずみ} = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$$

ここで、－が付けてあるのは、縦ひずみを正とすれば、横ひずみは負となるので正の数にするためです。ポアソン比は、多くの材料で0.25～0.35となります。

また、ポアソン比の逆数$m = \dfrac{1}{\nu}$を**ポアソン数**といいます。

一方、せん断ひずみの定義は、以下のように定義されています。

図1．4に示すように高さLの四辺形において、上下の辺にせん断応力τを受けた場合に、下が固定で上の辺が長さλだけずれた場合に、せん断ひずみγは、次式で表されます。

$$\gamma = \frac{\lambda}{L}$$

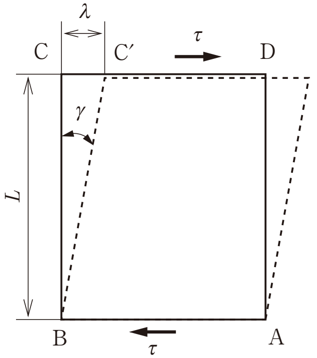

図1．4　せん断ひずみ

(2) 応力−ひずみ線図

軟鋼の引張試験による典型的な応力−ひずみ線図を図1. 5に示します。この図は、引張試験を実施して得られたデータを整理して、横軸にひずみ、縦軸に応力を表したものです。

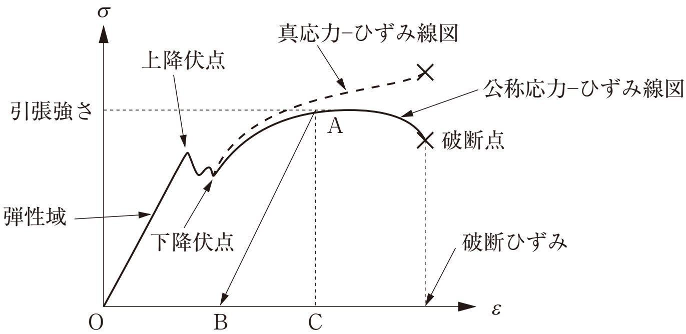

図1. 5　軟鋼の応力−ひずみ線図（模式図）

図中の原点Oから上降伏点までは、応力の増加とともにひずみが比例的に増加しています。この直線部分を**弾性域**と呼びます。この範囲では物体に荷重を加えると変形が生じますが、荷重を除去すれば元の形状に戻ります。このときに生じるひずみを**弾性ひずみ**といいます。

弾性域よりさらに荷重を増加すると、荷重を除去しても変形が残り元の形状に戻らないで、永久変形が生じます。このときの変形を**塑性変形**といい、この永久的なひずみを**塑性ひずみ**と呼びます。この弾性域から塑性変形が生じる塑性域の境界を**降伏点**といいます。特に軟鋼の場合では、図中のような上降伏点とその後の下降伏点が見られますが、実用的には下降伏点が限界値として使用されます。この降伏点での応力を**降伏応力**といいます。

降伏点以降は塑性域となり、最大の応力に達するまでは、塑性変形が発生するとともに応力も増加します。このとき、材料は硬くなっていきますが、この現象を**加工硬化**と呼びます。この領域で荷重を除去すると、応力−ひずみ線図はA→Bと弾性域の傾きに平行に移動してB点に至ります。この場合、回復したひずみ量C−Bが弾性ひずみであり、O−Bが塑性ひずみとなり、塑性ひずみは物体内部に永久的に残ります。

塑性変形が生じて応力が増加し続けると、やがて最大応力となる点に到達します。このときの応力を**引張強さ**と呼びます。この引張強さの位置からさらに変形が生じると、応力は減少して材料は破断します。この破断した点を**破断点**といい、そのときの応力を**破断応力**、ひずみを**破断ひずみ**といいます。

降伏応力や引張強さは、材料の強度の重要な値であり設計をする際のデータとして用いられています。

なお、荷重を材料の初期の断面積で割ったものを**公称応力**といいます。これに対して、引張試験を実施しているときには、実際には断面積は時々刻々と変化していますが、あるときの実際の断面積で割ったものを**真応力**といいます。

また、ひずみについても同様ですが、**公称ひずみ**は、引張りによる長さの変化量を引張開始前の元の長さで割った値です。これに対して、**真ひずみ**は、ある時々で計算したひずみを変形前の長さから変形後の長さまでの総和として全体のひずみ量としたものです。真ひずみは、対数の形式をとるため**対数ひずみ**とも呼びます。

ステンレス鋼やアルミニウムの引張試験では、図1. 5に示す軟鋼のように明確な降伏点が現れません。よって、このような材料では0.2%の**永久ひずみ**を生じる応力を0.2%耐力（あるいは単に耐力）と呼び、降伏応力の代わりに使用しています。

（3）応力とひずみの関係

物体が弾性域にある場合、応力−ひずみ線図は直線で表されて応力とひずみには比例関係が成り立ちます。この関係を**フックの法則**といいます。引張りあるいは圧縮荷重が作用した場合、弾性域での応力σとひずみεの比例関係は次式で表されます。

$$\sigma = E\varepsilon$$

ここで、Eは応力とひずみの比例定数で、**縦弾性係数**あるいは**ヤング率**といい、材料と温度によって固有の値となります。

また、せん断応力τとせん断ひずみγとの間にも同様の関係があり、次式で表されます。

$$\tau = G\gamma$$