

正 誤 表

読者各位には大変ご迷惑をお掛けしますが、お詫びして訂正致します。

場 所	誤	正
p.105 上から 4 行目	2 回後の手がチョキになる確率 は <input type="text" value="イ"/> である。	2 回後の手が パー になる確率 は <input type="text" value="イ"/> である。

また、本書 p.37～38 の応用問題 1 におきまして、問題文中における公式および選択肢の提示に誤りがございました。これに伴い、同問題の解説とともに、以下のとおり、訂正させていただきます。重ねてお詫び申し上げます。

応用 問題1

ある市役所〇〇課の手続き窓口は1つしかない。通常時には、1時間当たり平均12人の市民がやってきて、1人当たり平均4分で手続きを終えて出て行く。しかし、混雑時には通常時の2.5倍の市民が来ることが予想されている。このとき、市民が窓口に並んでから手続きを終えるまでの平均時間を通常時と変えないようにするには、1人当たりの手続き時間を何分縮減する必要があるか。ただし、この行列はM/M/1行列モデルとし、単位時間当たりの利用市民数の分布はポアソン分布に、また、処理に要する時間は指数分布に従うものとする。なお、下記の公式を利用してよい。

- 手続きしている人を含む待ち行列長 = 利用率 ÷ (1 - 利用率)
- 手続きしている人を除く待ち行列長 = (利用率)² ÷ (1 - 利用率)
- 並んでから手続きを始めるまでの平均待ち時間(W) = 手続きしている人を除く待ち行列長 × 平均到着間隔
- 利用率(ρ) = 単位時間当たりの平均到着人数(λ) ÷ 単位時間当たりの平均処理人数(μ)
- 平均応対時間 = 並んでから手続きを終えて去るまでの平均待ち時間 + 平均処理時間

- ①約3分 ②約2.8分 ③約2.5分 ④約2.2分 ⑤約2分

解説

公式を利用して、通常時と混雑時の平均利用率、待ち行列長などを整理します。

〈通常時〉

市民の平均到着率λ 12人 / 60分 = 1/5	平均到着間隔 $\frac{1}{\lambda}$ 60分 / 12人 = 5分間隔
窓口の平均サービス率μ 1/4	平均サービス時間 $\frac{1}{\mu}$ 4分

窓口の平均利用率 ρ (= 窓口の稼働率 = $\frac{\lambda}{\mu}$)	
手続きしている人 + 並んで待っている人の平均人数 (手続きしている人を含む待ち行列長)	$\frac{\rho}{(1-\rho)} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$

〈混雑時〉

市民の平均到着率 λ_K 30人 / 60分 = 1/2	平均到着間隔 $\frac{1}{\lambda_K}$ 60分 / 30人 = 2分間隔
窓口の平均サービス率 μ_K ?	平均サービス時間 $\frac{1}{\mu_K}$?
窓口の平均利用率 ρ_K (= 窓口の稼働率 = $\frac{\lambda_K}{\mu_K}$)	
手続きしている人 + 並んで待っている人の平均人数 (手続きしている人を含む待ち行列長)	$\frac{\rho_K}{(1-\rho_K)} = \frac{\lambda_K}{\mu_K - \lambda_K}$

まず通常時の「並んでから手続きを終えて去るまでの平均待ち時間」を公式から導きます。

並んでから手続きを始めるまでの平均待ち時間は、公式から、

$$\begin{aligned}
 & \text{並んでから手続きを始めるまでの平均待ち時間} \\
 &= \text{手続きしている人を除く待ち行列長} \times \text{平均到着間隔} \\
 &= (\text{利用率})^2 \div (1 - \text{利用率}) \times \text{平均到着間隔} \\
 &= \frac{\rho^2}{(1-\rho)} \cdot \left(\frac{1}{\lambda}\right) \\
 &= \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\right)} \cdot \left(\frac{1}{\lambda}\right) \\
 &= \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}
 \end{aligned}$$

となります。

並んでから手続きを終えて去るまでの平均待ち時間は、並んで待っている時

間と手続きの時間の合計（＝平均応対時間）なので、

$$\begin{aligned} & \text{並んでから手続きを終えて去るまでの平均待ち時間} \\ & = \text{並んでから手続きを始めるまでの平均待ち時間} + \text{平均処理時間} \\ & = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} + \frac{1}{\mu} \\ & = \frac{1}{(\mu-\lambda)} \dots\dots\dots ① \end{aligned}$$

通常時と同様に、混雑時の「並んでから手続きを終えて去るまでの平均待ち時間」は、

$$\text{並んでから手続きを終えて去るまでの平均待ち時間} = \frac{1}{(\mu_K - \lambda_K)} \dots\dots ②$$

ここで平均応対時間が、①通常時＝②混雑時 となるように方程式を作ります。

$$\frac{1}{(\mu-\lambda)} = \frac{1}{(\mu_K - \lambda_K)}$$

上式を変形して、

$$\begin{aligned} \mu_K &= \mu - \lambda + \lambda_K \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{11}{20} \end{aligned}$$

1人当たりの手続き時間（＝平均サービス時間）は $\frac{1}{\mu_K}$ なので、

$$\frac{1}{\mu_K} = \frac{20}{11} = 1.8181\dots$$

よって、縮減すべき時間＝ $4 - 1.8181\dots = 2.1818\dots$ （分）となり、④が正解となります。

解答 ④

関連キーワード 待ち行列の基本公式